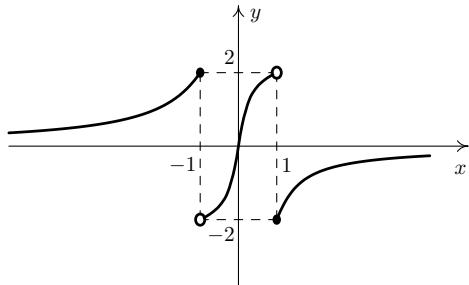


1	2	3	4	5	6	7	\sum

Jméno:

Datum:

1. [7b] Nechť $y = f(x)$ je funkce zadaná grafem:



- (a) Určete definiční obor a obor hodnot funkce.
- (b) Určete $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.
- (c) Určete lokální extrémy.
- (d) Určete asymptoty (napište jejich rovnice).

2. [4b] Vypočtěte limity:

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{e^x}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-5}{(x-2)^5}$$

3. [4b] Zderivujte funkci (bez úprav):

$$y = \sqrt[3]{x} + (\ln x - x^3)^2$$

4. [8b] Vyšetřete průběh funkce $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x$.

- (a) Určete definiční obor, průsečíky se souřadnými osami a znaménko funkce.
- (b) Určete intervaly, kde funkce klesá, kde roste a lokální extrémy.
- (c) Určete intervaly, kde je funkce konvexní, kde je konkávní a inflexní body.
- (d) Nakreslete graf.

5. [10b] Vypočtěte integrály:

$$\int x^2 \cos x \, dx, \quad \int_1^2 \frac{x^4 + 1}{x} \, dx$$

6. [5b] Gaussovou eliminační metodou najděte řešení soustavy rovnic:

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 &= -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 &= 1 \\ 3x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 3x_4 &= 1 \\ x_2 - 2x_3 + 3x_4 &= 3. \end{aligned}$$

(a) Určete hodnost matice soustavy a rozšířené matice soustavy a rozhodněte o existenci a počtu řešení (zdůvodněte!)

(b) Pokud má soustava řešení, najděte je.

7. [12b] Inverzní matice

- (a) Nechť A je čtvercová matice. Napište definici inverzní matice k matici A .
- (b) Jak poznáme podle determinantu z matice, zda inverzní matice existuje?
- (c) Předpokládejme, že A je čtvercová matice řádu n , inverzní matice k matici A existuje a \vec{b} je sloupcovy n rozměrný vektor. Kolik řešení má soustava lineárních rovnic $A\vec{x} = \vec{b}$? Napište vzorec pro výpočet řešení \vec{x} této soustavy.
- (d) Najděte inverzní matici k matici

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

* Doba písemky: 90 minut. K úspěšnému zvládnutí zkoušky je potřeba získat alespoň 20 bodů (včetně bonusových bodů).