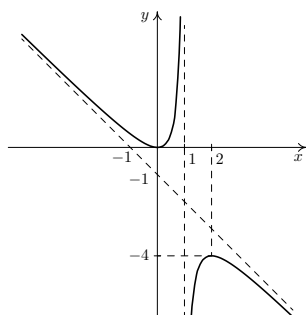


1	2	3	4	5	6	7	Σ

Jméno:

Datum:

 1. [5b] Necht' $y = f(x)$ je funkce zadaná grafem:


(a) Určete definiční obor a obor hodnot funkce.

 (b) Určete $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.

(c) Určete intervaly, kde má funkce kladnou první derivaci.

2. [6b] Derivace funkce

 (a) Napište definici derivace funkce f v bodě $x = x_0$.

 (b) Plyne ze spojitosti funkce v bodě x_0 existence vlastní derivace v tomto bodě? Pokud ne, uveďte příklad funkce, která je v bodě x_0 spojitá a přitom v bodě x_0 neexistuje derivace.

 (c) Plyne z existence vlastní derivace funkce v bodě x_0 spojitost funkce v tomto bodě? Pokud ne, uveďte příklad funkce, která má v bodě x_0 vlastní derivaci a přitom v bodě x_0 není spojitá.

3. [4b] Zderivujte funkci (bez úprav):

$$y = \frac{\cos x}{x} + \ln(\sin^3 x)$$

 4. [12b] Vyšetřete průběh funkce $y = \frac{x}{(x-3)^2}$.

(a) Určete definiční obor, průsečíky se souřadnými osami a znaménko funkce.

 (b) První derivace funkce je $y' = \frac{-x-3}{(x-3)^3}$. Určete intervaly, kde funkce klesá, kde roste a lokální extrémy.

 (c) Druhá derivace funkce je $y'' = \frac{2x+12}{(x-3)^4}$.

Určete intervaly, kde je funkce konvexní, kde je konkávní a inflexní body.

(d) Určete asymptoty bez směrnice i se směrnicí.

(e) Nakreslete graf.

5. [7b] Vypočtete integrály:

$$\int e^{2x} dx, \quad \int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$$

6. [8b] Gaussovou eliminační metodou najděte řešení soustavy rovnic:

$$8x_1 + 6x_2 - x_3 + 3x_4 = -9$$

$$2x_1 + 2x_2 - x_3 + 5x_4 = -13$$

$$x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 11x_4 = -28$$

$$2x_2 - 3x_3 + 17x_4 = -43.$$

(a) Určete hodnotu matice soustavy a rozšířenou matice soustavy a rozhodněte o existenci a počtu řešení (zdůvodněte!)

(b) Pokud má soustava řešení, najděte je.

7. [8b] Je zadaná matice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

 (a) Vypočtete determinant z matice A .

 (b) Na základě hodnoty vypočteného determinantu rozhodněte, zda jsou řádky matice, tj. vektory $(1, 2, 3)$, $(2, 0, 1)$, $(3, 2, 4)$ lineárně závislé nebo nezávislé. Zdůvodněte.

 (c) Vypočtete $A^2 - A^T$.

* Doba písemky: 90 minut. K úspěšnému zvládnutí zkoušky je potřeba získat alespoň 20 bodů (včetně bonusových bodů).