

## Příklady: Lineární optimalizace

Vyšší matematika, LDF MENDELU

Řešte vhodnou metodou:

1.

$$z = 10x_1 + 12x_2 \rightarrow \max$$

při omezeních

$$x_1 + x_2 \leq 60$$

$$x_1 - 2x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$[z = 640, x_1 = 40, x_2 = 20]$$

2.

$$z = 5x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

při omezeních

$$x_1 + x_2 \leq 80$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 220$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 210$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$[z = 450, x_1 = 30, x_2 = 50]$$

3.

$$z = x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

při omezeních

$$x_1 - x_2 \geq 0$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 12$$

$$9x_1 + 11x_2 \leq 99$$

$$x_1 \leq 8$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$[z = 3, x_1 = 3, x_2 = 0]$$

4.

$$z = 4x_1 - 10x_2 \rightarrow \max$$

při omezeních

$$x_1 - 4x_2 \geq 4$$

$$2x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

[nemá řešení, prázdná přípustná množina]

5.

$$z = 20x_1 + 30x_2 \rightarrow \min$$

při omezeních

$$2x_1 + x_2 \leq 10$$

$$3x_1 + 4x_2 \leq 24$$

$$8x_1 + 7x_2 \geq 56$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

[nemá řešení, prázdná přípustná množina]

6.

$$z = 2x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

při omezeních

$$3x_1 + x_2 \geq 3$$

$$4x_1 + 3x_2 \geq 6$$

$$x_1 + 2x_2 \geq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$[z = 2,4, x_1 = \frac{3}{5}, x_2 = \frac{6}{5}]$$

7.

$$z = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$$

při omezeních

$$x_1 + 2x_2 \geq 80$$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 160$$

$$5x_1 + 2x_2 \geq 200$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$[z = 120, x_1 = 40, x_2 = 20]$$

8.

$$z = 10x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

při omezeních

$$x_1 + 2x_2 \geq 4$$

$$x_1 - 2x_2 \geq 0$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

[nemá řešení]

9.

$$z = 3x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

při omezeních

$$x_1 - x_2 \geq -3$$

$$2x_1 - x_2 \leq 4$$

$$x_1 + 2x_2 = 12$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

[ $z = 36$ , úsečka spojující body  $(2, 5)$ ,  $(4, 4)$ ]

10.

$$z = x_1 - 12x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$$

při omezeních

$$4x_1 + 3x_2 - x_3 \leq 1$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \geq -2$$

$$-x_1 + x_2 + x_3 \geq -1$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

[ $z = 13$ ,  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 0$ ,  $x_3 = 3$ ]

11.

$$z = 4x_1 - x_3 \rightarrow \max$$

při omezeních

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 6$$

$$x_1 - x_2 + x_3 \leq 10$$

$$x_1 - x_2 - x_3 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

[ $z = 20$ ,  $x_1 = 5$ ,  $x_2 = 1$ ,  $x_3 = 0$ ]

12.

$$z = 4x_1 + x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$$

při omezeních

$$x_1 - x_2 + 4x_3 \leq 6$$

$$x_1 - x_2 - x_3 \geq -4$$

$$x_1 - 6x_2 + x_3 \leq 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

[nemá řešení]

13.

$$z = 5x_1 + 6x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

při omezeních

$$9x_1 + 3x_2 - 2x_3 \leq 5$$

$$4x_1 + 2x_2 - x_3 \leq 2$$

$$x_1 - 4x_2 + x_3 \leq 3$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

[nemá řešení]

14.

$$z = 60x_1 + 90x_3 \rightarrow \max$$

při omezeních

$$x_1 - 2x_2 \leq 2$$

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_3 + x_4 \leq 4$$

$$x_3 - 2x_4 \leq 7$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

[ $z = 600$ ,  $x_1 = 4$ ,  $x_2 = 1$ ,  $x_3 = 4$ ,  $x_4 = 0$ ]

15.

$$z = 4x_1 + 10x_2 - 6x_3 - x_4 \rightarrow \max$$

při omezeních

$$x_1 + x_3 - x_4 \leq 1$$

$$x_1 - x_2 + x_4 \leq 2$$

$$x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

$$[z = 44, x_1 = 0, x_2 = 5, x_3 = 1, x_4 = 0]$$

16.

$$z = 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

při omezeních

$$x_1 - x_2 \leq 5$$

$$x_2 - x_3 \leq 2$$

$$x_2 - 2x_3 + x_4 \leq 4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

[nemá řešení]