



evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

## Příklady: Diferenciální rovnice se separovanými proměnnými

Vyšší matematika, LDF MENDELU

Najděte všechna řešení.

$$1. (1 + x^2)y' = (y + 1)x^2 \quad [y = Ce^{x - \arctg x} - 1]$$

$$2. (1 + x^2)y' = 2x(y - 1) \quad [y = C(x^2 + 1) + 1]$$

$$3. yy' = \frac{1 - 2x}{y} \quad [y = \sqrt[3]{3x(1 - x) + C}]$$

$$4. y' = \sqrt{y} \quad [\sqrt{y} = \frac{1}{2}(x + C), y = 0]$$

$$5. xy' + y = 0 \quad [y = \frac{C}{x}]$$

$$6. y' = y \cos x \quad [y = Ce^{\sin x}]$$

$$7. y' = (2y + 1)\cotg x \quad [y = \frac{C \sin^2 x - 1}{2}]$$

$$8. xy' = y(\ln y - 1) \quad [y = e^{cx+1}]$$

$$9. xyy' = (y - 3)(x^2 - 2) \quad [e^y(y - 3)^3 = C \frac{e^{\frac{x^2}{2}}}{x^2}]$$

Najděte řešení počáteční úlohy.

$$1. (x + 1)y' = y - 1, \quad y(0) = 2 \quad [y = x + 2]$$

$$2. yy' = \frac{y^2 + 1}{2(x - 1)}, \quad y(-1) = 1 \quad [y = \sqrt{-x}]$$

$$3. \frac{1}{x + 1} - \frac{1}{y - 1}y' = 0, \quad y(1) = 2 \quad [y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}]$$

$$4. yy'(x + 1) = 2, \quad y(0) = 2 \quad [y = 2\sqrt{\ln|x + 1| + 1}]$$

$$5. y'y(1 + x^2) = x(1 + y^2), \quad y(-2) = 1 \quad [y = \sqrt{\frac{2}{5}x^2 - \frac{3}{5}}]$$

$$6. y' \sin y \cos x = \cos y \sin x, \quad y(0) = \frac{\pi}{4} \quad [\cos y = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x]$$

$$7. y + xy + (x - xy)y' = 0, \quad y(1) = 2$$

$$[y - \ln |y| = x + \ln |x| + 1 - \ln 2]$$

$$8. y' + (y - 1)\operatorname{tg} x = 0, \quad y(\pi) = 3$$

$$[y = 1 - 2 \cos x]$$

Najděte všechna řešení homogenní rovnice.

$$1. y'(xy - x^2) = y^2$$

$$[y = ce^{\frac{y}{x}}]$$

$$2. xy' = y \ln \frac{y}{x}$$

$$[y = xe^{cx+1}]$$

$$3. (x + 2y) dx = x dy$$

$$[y = cx^2 - x]$$