

Příklady: Lineární diferenciální rovnice prvního řádu

Vyšší matematika, LDF MENDELU

Najděte obecné řešení.

- $\operatorname{tg} x y' - y = 2$ $[y = C \sin x - 2]$
- $y' - 2y = 4x$ $[y = Ce^{2x} - 2x - 1]$
- $y' + 2xy = e^{-x^2} x$ $[y = e^{-x^2} (\frac{1}{2}x^2 + C)]$
- $y' + 2y = e^{3x}$ $[y = \frac{1}{5}e^{3x} + Ce^{-2x}]$
- $xy' + y - e^x = 0$ $[y = \frac{e^x + C}{x}]$
- $xy' + y = 1 + \ln x$ $[y = \ln x + \frac{C}{x}]$
- $y' \cos x - y \sin x = \sin 2x$ $[y = \frac{1}{\cos x} (C - \frac{1}{2} \cos 2x)]$
- $y' \cos x + y \sin x = 1$ $[y = C \cos x + \sin x]$
- $x(y' - y) = (1 + x^2)e^x$ $[y = e^x (\ln |x| + \frac{1}{2}x^2 + C)]$
- $y' - \frac{1}{x+1}y = 1$ $[y = (x+1)(\ln |x+1| + C)]$
- $y' + \frac{x}{1+x^2}y = \frac{\sin x}{\sqrt{1+x^2}}$ $[y = \frac{C - \cos x}{\sqrt{1+x^2}}$
- $y' - y \operatorname{tg} x = \cos x$ $[y = \frac{1}{\cos x} (\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} \sin 2x + C)]$
- $y' + 2xy = 4x$ $[y = Ce^{-x^2} + 2]$

Najděte řešení počáteční úlohy.

- $y' - y = \frac{(1+x^2)e^x}{x}, \quad y(1) = e$ $[y = (\ln x + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2})e^x]$
- $y' - 2xy = 4xe^{x^2}, \quad y(0) = 1$ $[y = (2x^2 + 1)e^{x^2}]$

3. $xy' - 2y = 2x^4, \quad y(1) = 1$ [$y = x^4$]
4. $y' + y \operatorname{tg} x = \cos^2 x, \quad y(0) = 2$ [$y = (\sin x + 2) \cos x$]
5. $y' - 3x^2y = \frac{e^{x^3}}{1+x^2}, \quad y(0) = -1$ [$y = (\operatorname{arctg} x - 1)e^{x^3}$]
6. $x^2y' = 2xy - 3, \quad y(-1) = 1$ [$y = \frac{1}{x} + 2x^2$]
7. $(1-x)(y' + y) = e^{-x}, \quad y(0) = 2$ [$y = e^{-x}(2 - \ln|x-1|)$]
8. $y' + \frac{2x}{1+x^2}y = \frac{2x^2}{1+x^2}, \quad y(-1) = 0$ [$y = \frac{2(1+x^3)}{3(1+x^2)}$]