

1	2	3	4	5	6	Σ

Jméno:

Datum:

1. [8 b.] Najděte lokální extrémy funkce

$$z = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2.$$

2. [8 b.] Je zadaná funkce

$$z = x \cos(xy^2).$$

- (a) Vypočítejte parciální derivace z'_x, z'_y .
- (b) Určete hodnotu obou parciálních derivací v bodě $[2, 0]$ a na základě toho rozhodněte, zda je bod $[2, 0]$ stacionárním bodem dané funkce. Zdůvodněte.

3. [10 b.] Najděte obecné řešení rovnice:

$$y' - \cos x \cdot y = \frac{e^{\sin x}}{x^2}$$

4. [8 b.] Najděte řešení počáteční úlohy:

$$y'' - y' - 6y = 0, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = -1$$

5. [6 b.] Dvojný integrál

- (a) Nakreslete množinu $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : a < x < b, f_1(x) < y < f_2(x)\}$ a napište Fubiniho větu pro výpočet dvojného integrálu $\iint_{\Omega} f(x, y) dx dy$.

- (b) Nechť Ω je obdélník, tj. $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : a < x < b, c < y < d\}$ a f je funkce tvaru $f(x, y) = g(x)h(y)$. Napište speciální pravidlo pro výpočet dvojného integrálu $\iint_{\Omega} f(x, y) dx dy$, pomocí kterého lze daný integrál vyjádřit jako součin dvou jednoduchých integrálů.

6. [10 b.] Pomocí transformace do polárních souřadnic vypočítejte integrál

$$\iint_{\Omega} (\sqrt{x^2 + y^2} + x) dx dy,$$

 kde Ω je množina určená nerovnostmi:

$$x^2 + y^2 \leq 4, \quad y \geq 0.$$

★ Doba písemky: 90 minut. Požadavek: alespoň 20 bodů.