

1	2	3	4	5	6	Σ

Jméno:

Datum:

1. [2 b.] Určete definiční obor funkce

$$z = \sqrt{y - x^3}$$

a zakreslete v rovině.

2. [8 b.] Určete vrstevnice funkce

$$z = 2x + y.$$

Graficky, pomocí vrstevnic, najděte absolutní extrémy (maximum i minimum) této funkce na množině určené nerovnostmi:

$$\begin{aligned} x + y &\leq 3 \\ x - 2y &\leq 0 \\ -x + y &\leq 2 \\ x, y &\geq 0. \end{aligned}$$

3. [14 b.] Parciální derivace

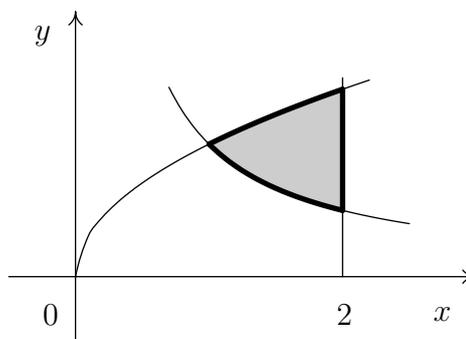
- Napište definici parciálních derivací funkce $f(x, y)$ podle proměnné x a y v bodě $[x_0, y_0]$.
- Napište rovnici tečné roviny ke grafu funkce $z = f(x, y)$ v bodě $[x_0, y_0]$.
- Jakou hodnotu mají parciální derivace v bodě $[x_0, y_0]$, je-li bod $[x_0, y_0]$ tzv. stacionární bod?
- Napište Schwarzovu větu.
- Spočtěte smíšené parciální derivace druhého řádu funkce $z = x^2y^3$ a ověřte, že platí Schwarzova věta.

4. [10 b.] Najděte obecné řešení rovnice

$$y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}$$

5. [10 b.] Je zadáný integrál $\iint_{\Omega} 2xy \, dx dy$, kde Ω je množina v rovině xy ohraničená křivkami

$$y = \sqrt{x}, \quad y = \frac{1}{x}, \quad x = 2, \quad \text{viz obrázek:}$$



- Integrál vyjádřete jako dvojnásobný pro obě pořadí integrace.
- Jedno pořadí integrace si vyberte a integrál vypočtěte.

6. [6 b.] Integrál

$$\iint_{\Omega} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} \, dx dy,$$

kde Ω je množina určená nerovnostmi:

$$x^2 + y^2 \geq 1, \quad x^2 + y^2 \leq 9, \quad x \leq 0,$$

vyjádřete jako dvojnásobný v polárních souřadnicích. Integrál nepočítejte!

* Doba písemky: 90 minut. Požadavek: alespoň 20 bodů.